

## BILAN THERMIQUE D'UN FOUR SOUS VIDE COMPORTANT UN CERTAIN NOMBRE D'ECRANS

M. BOUTARD et P. PINARD

*Laboratoire de Physique de la Matière,  
Institut National des Sciences Appliquées, Villeurbanne, France*

(Reçu le 10 décembre 1970)

An easily programmable means of calculating temperature variations of vacuum furnace elements versus dissipated power is indicated; the hypothesis was tested in the case of a furnace built previously in our laboratory and this helped us in improving its characteristics.

Si la mise en équation de l'équilibre thermique d'un four à rayonnement est théoriquement possible, par contre la résolution des équations n'est pas réalisable. Toutefois, grâce à des hypothèses simplificatrices, nous avons pu calculer à l'aide d'un ordinateur la température des éléments constitutifs d'un four déjà construit; la comparaison des résultats théoriques et de ceux observés pratiquement nous ayant renseignés sur la validité des hypothèses, nous avons appliqué cette méthode pour la conception d'un four identique au précédent, mais dont le nombre d'écrans serait différent.

### I – Caractéristiques du four étudié

Le four, conçu pour des mesures de conductibilité thermique à haute température, a été construit suivant un modèle existant au laboratoire destiné à l'étude de thermocouples [1] et il comprend les éléments suivants:

- une enceinte extérieure en acier inoxydable dont la température est maintenue à 20° grâce à une circulation constante d'eau, et dans laquelle règne une pression de  $10^{-4}$  à  $10^{-6}$  torr
- six écrans cylindriques (les quatre premiers étant en molybdène et les deux suivants, les plus proches de l'enceinte extérieure, en acier réfractaire)
- l'élément chauffant, ou résistor, constitué de plusieurs tiges de tungstène parallèles, reliées à chaque extrémité par une couronne de molybdène qui forment une « cage cylindrique » à l'intérieur de laquelle est suspendu, depuis l'enceinte, l'échantillon
- l'échantillon qui est un cylindre de molybdène creux permettant de faire les mesures de conductibilité thermique, et qui joue essentiellement le rôle de bloc isotherme.

Ce four permet d'atteindre une température de 2100° pour une puissance dissipée de 16 000 watts environ.

## II — Hypothèses et mises en équation

A l'équilibre thermique, les échanges d'énergie dans un four sous vide se font principalement par rayonnement; cependant les pertes par conduction dans les entretoises entre écrans, par les arrivées de courant et par la tige de molybdène suspendant l'échantillon, ne peuvent pas être négligées.

### A. Principe du calcul [2]

Pour clarifier l'exposé, nous distinguerons deux ensembles différents dans un four à rayonnement: la première partie, que nous appellerons passive, comporte l'enceinte extérieure et tous les écrans, alors que la seconde, dénommée active, comprend l'échantillon, l'élément chauffant et le premier écran (le plus proche du résistor); cet écran, qui appartient aux deux ensembles, peut être considéré comme ayant son intérieur actif et son extérieur passif.

Lorsque l'équilibre thermique du four est atteint, la puissance totale fournie à l'élément chauffant est égale à l'énergie reçue par l'enceinte extérieure. A ce moment, dans la partie passive, les échanges par rayonnement et par conduction entre écrans sont constants d'écran à écran, alors que dans l'ensemble actif, les échanges rayonnants entre les 3 constituants et les pertes par conduction thermique de l'échantillon et du résistor vers l'enceinte extérieure équilibrent l'énergie électrique dissipée dans l'élément chauffant.

### B. Température du résistor, de l'échantillon et des écrans

Nous supposerons que les divers éléments constitutifs d'un four ont une température uniforme et identique en chaque point de leur surface à l'équilibre thermique. Cette hypothèse, qui permet une mise en équation des échanges thermiques n'est peut-être pas toujours vérifiée, surtout pour les écrans au niveau des entretoises les séparant les uns des autres. Toutefois, nous ne pensons pas qu'elle introduise des erreurs importantes au-dessus de 1000° car les différences de température entre deux écrans successifs sont alors assez faibles pour que les pertes par conduction entre eux puissent être considérées comme négligeables.

D'autre part, étant donné la faible épaisseur des écrans (1 mm), nous admettrons que la température de leurs faces interne et externe est la même.

### C. Echanges thermiques par rayonnement entre écrans (partie passive)

L'énergie rayonnante  $W_{R}$ , échangée entre deux cylindres I et J infinis, à températures constantes  $T_I$  et  $T_J$ , telles que  $T_I > T_J$ , sera notée  $W_{RIJ}$  et d'après Weil [3] est égale à:

$$W_{RIJ} = \sigma S_I \frac{T_I^4 - T_J^4}{\frac{1}{\varepsilon_I} + \frac{S_I}{S_J} \left( \frac{1}{\varepsilon_J} - 1 \right)} \quad (1)$$

$\sigma$ : constante de Stephan

$S_1$  et  $S_J$ : surface des écrans I et J en regard

$\varepsilon_I$  et  $\varepsilon_J$ : pouvoir émissif total des cylindres I et J

Toutefois, cette formule suppose que le pouvoir émissif total d'une substance est égal au facteur d'absorption totale; cette hypothèse n'est pas toujours vérifiée, et dans le cas général, on peut écrire  $W_{RIJ}$  sous la forme:

$$W_{RIJ} = \sigma S_I \frac{T_I^4 - T_J^4}{\frac{1}{\varepsilon_I} + \frac{S_I}{S_J} \left( \frac{1 - A_J}{\varepsilon_J} \right)} \quad (2)$$

$A_J$ : facteur d'absorption totale de l'écran J.

Dans l'hypothèse où  $S_I \gg S_J$ , l'équation (2) se simplifie et devient:

$$W_{RIJ} = \sigma \varepsilon_I S_I (T_I^4 - T_J^4) \quad (3)$$

C'est la formule (2) que nous utiliserons pour décrire les échanges thermiques entre écrans en supposant que  $S_I$  et  $S_J$  représentent les surfaces totales des écrans en regard, c'est-à-dire surfaces du fond, du couvercle et surface latérale.

#### D. Echanges thermiques par rayonnement dans la partie active

1°) *Notations.* Les notations utilisées dans les formules qui vont suivre sont les suivantes (voir figure 1):

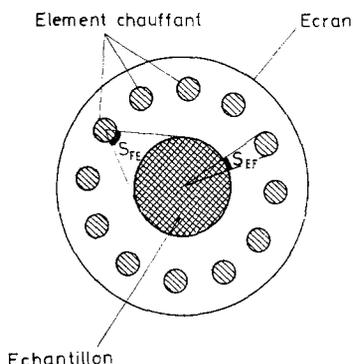


Fig. 1. Partie active vue en coupe

#### Ecran I

- Température  $T_1$
- Surface totale  $S_1$
- Pouvoir émissif total  $\varepsilon_1$
- Facteur d'absorption totale  $A_1$

*Elément chauffant*

- Température  $T_F$
- Pouvoir émissif total  $\varepsilon_F$
- Facteur d'absorption totale  $A_F$
- Surface « voyant » l'échantillon:  $S_{FE}$
- Surface en regard de l'écran 1:  $S_{F1}$
- Surface totale  $S_{FT} = S_{FE} + S_{F1}$

*Echantillon*

- Température  $T_E$
- Pouvoir émissif total  $\varepsilon_E$
- Facteur d'absorption totale  $A_E$
- Surface en regard de l'élément chauffant  $S_{ET}$
- Surface en regard de l'écran 1:  $S_{E1}$
- Surface totale  $S_{ET} = S_{E1} + S_{ET}$

2°) *Rayonnement dans la partie active.* Puisque  $S_{FT} \ll S_1$  et  $S_{ET} \ll S_1$ , les échanges par rayonnement du résistor et de l'échantillon seront décrits par des formules de type (3).

## - Contribution du résistor

- Energie fournie directement au premier écran [d'après (3)]:

$$W_{RF1} = \sigma \varepsilon_F S_{F1} (T_F^4 - T_1^4) \quad (4)$$

- Energie émise vers l'échantillon (loi de Stephan):

$$W_{RFE} = \sigma \varepsilon_F S_{FE} T_F^4 \quad (5)$$

Une partie de cette énergie,  $W_{RE} = A_E W_{RFE}$  (6), est absorbée par l'échantillon et l'autre,  $W_{RRE1} = (1 - A_E) W_{RFE}$  (7), renvoyée par ce dernier, sera supposée totalement absorbée par le premier écran.

## - Contribution de l'échantillon

- Energie fournie directement au premier écran [d'après (3)]:

$$W_{RE1} = \sigma \varepsilon_E S_{E1} (T_E^4 - T_1^4) \quad (8)$$

- Energie émise vers le résistor (loi de Stephan):

$$W_{REF} = \sigma \varepsilon_E S_{EF} T_E^4 \quad (9)$$

Une partie de cette énergie,  $W_{RF} = A_F W_{REF}$  (10) est absorbée par l'élément chauffant et nous admettons, comme précédemment, que le reste,  $W_{RRF1} =$

$= (1 - A_F)W_{REF}$  (11) réfléchi par le résistor, est totalement absorbé par le premier écran.

#### – Contribution du premier écran

Il reçoit de l'élément chauffant et de l'échantillon (directement ou après réflexion) l'énergie:

$$W_{R1} = W_{RF1} + W_{RE1} + W_{RRE1} + W_{RRF1} \quad (12)$$

#### E. Pertes de chaleur par conduction

Entre deux surfaces I et J reliées par une entretoise, nous supposons que les pertes d'énergie par conduction sont de la forme :

$$W_{CIJ} = \frac{S}{L} \left( \frac{B_I + B_J}{2} \right) (T_I - T_J) \quad (13)$$

S: section de l'entretoise

L: longueur de l'entretoise

$T_I$  et  $T_J$ : température des surfaces I et J telles que  $T_I > T_J$

$B_I$  et  $B_J$ : conductibilité thermique de l'entretoise aux températures  $T_I$  et  $T_J$ .

### III – Méthode du calcul à l'ordinateur [2]

#### A. Partie passive

Si le four comporte N écrans, à l'équilibre thermique, nous savons que  $W = W_{12} = W_{23} = \dots = W_{N(N-1)} = W_{NEX}$  où  $W_{IJ}$  est l'échange d'énergie par rayonnement et par conduction entre l'écran I et l'écran J, c'est-à-dire, d'après (2) et (13):  $W_{IJ} = W_{RIJ} + W_{EIJ}$  (15)  $W_{NEX}$  représente l'échange entre le dernier écran et l'enceinte extérieure.

Les températures  $T_1, T_2 \dots T_N$  des différents écrans dépendent de l'échange thermique  $W$  d'écran à écran. Pour une valeur  $W$  choisie, nous donnons à la température du dernier écran une valeur quelconque  $T'_N$ ; la température de l'enceinte extérieure  $T_{EX}$  étant connue, l'ordinateur calcule  $W'_{NEX}$  d'après (15) et  $X = W - W'_{NEX}$ . Si  $X < 0$  c'est que la température choisie  $T'_N$  est trop faible, et, inversement, si  $X > 0$  elle est trop forte. Suivant le cas, on modifie le choix de  $T'_N$  jusqu'à l'obtention de  $X = 0$  (à 1% près par exemple, c'est-à-dire  $\frac{X}{W} < 1\%$ ).

La valeur  $T'_N$  qui permet d'obtenir  $X = 0$  est la température  $T_N$  de l'écran N pour l'échange  $W$  considéré.

$T_N$  étant alors connu, un calcul identique effectué sur  $Y = W - W_{N(N-1)}$ , permet de déterminer  $T_{N-1}$  et ainsi de suite pour  $T_{N-2}, T_{N-3}, \dots T_2$  et  $T_1$ .

### B. Partie active

L'étude de l'équilibre thermique du premier écran et de l'échantillon permet de calculer la température du résistor  $T_F$  et celle de l'échantillon  $T_E$  connaissant la température du premier écran  $T_1$ .

D'une part le premier écran reçoit l'énergie  $W_{R1}$  d'après (12) et perd, vers le deuxième écran,  $W_{12} = W$  d'après (14). Nous avons donc  $W_{R1} = W$  (16). Pour l'énergie d'échange  $W$  choisie précédemment,  $T_1$  étant connu, l'équation (16) relie les variables  $T_E$  et  $T_F$  (courbe 1 figure 2).

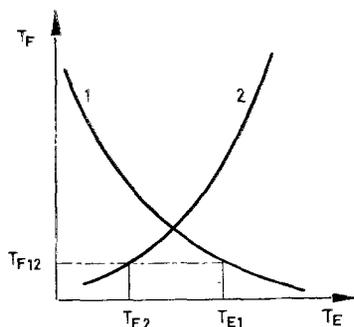


Fig. 2

D'autre part, d'après (6), toute l'énergie  $W_{RE}$  reçue par l'échantillon est perdue par rayonnement ou par conduction. Nous avons donc, d'après (7) (8) (9) et (13):  $W_{RE} = W_{REF} + W_{RE1} + W_{RRE1} + W_{CEEx}$  (17),  $W_{CEEx}$  représentant les pertes par conduction entre l'échantillon et l'enceinte extérieure. Puisque  $T_1$  est connu, l'équation (17), fonction des températures  $T_E$  et  $T_F$  seulement, permet de tracer  $T_F = f(T_E)$  (courbe 2, figure 2).

Pour calculer  $T_E$  et  $T_F$ , nous choisissons comme température du résistor une valeur quelconque  $T_F = T_{F12}$  (voir figure 2). L'ordinateur calcule les valeurs  $T_{E1}$  et  $T_{E2}$  de l'échantillon correspondant aux relations (16) et (17). Suivant le signe et la valeur de  $(T_{E2} - T_{E1})$ , on choisit pour  $T_F$  une autre température et ceci jusqu'à l'obtention de  $(T_{E2} - T_{E1}) = 0$  (à 1% près). Le seul couple de valeurs  $T_{F12}$  et  $T_{E1} = T_{E2}$  qui permet que cette égalité soit vérifiée correspond donc aux températures du résistor  $T_F$  et de l'échantillon  $T_E$  cherchées.

### C. Energie totale dissipée dans le four

Lorsque la température de l'élément chauffant et celle de l'échantillon sont connues, il est possible de connaître l'énergie totale dissipée dans le four (donc l'énergie totale fournie à l'élément chauffant). En effet, on a:

$$W_{TOT} = W + W_{CEEx} + W_{CFEx} \quad (18)$$

$W_{CFEX}$  : énergie perdue par conduction entre l'élément chauffant et l'enceinte extérieure.

#### IV — Valeurs des constantes de rayonnement & de conduction thermique

##### A. Coefficients de rayonnement

La littérature [4, 5] fournit des valeurs du pouvoir émissif et du facteur d'absorption totale qui dépendent beaucoup de l'état de surface du matériau et qui, pour un état de surface donné, varient dans des proportions importantes suivant les auteurs.

Dans ces conditions, nous avons choisi un facteur d'absorption totale de 0.3, invariant avec la température et quel que soit le matériau utilisé; il est à noter que des calculs effectués avec des valeurs voisines (0.25 et 0.35) modifient peu les températures calculées ( $\pm 25^\circ$  à  $2000^\circ$  au maximum, soit environ de 1%).

Pour l'enceinte et les deux derniers écrans en acier réfractaire, nous avons utilisé une valeur du pouvoir émissif total indépendante de la température égale à 0,2; par contre, pour les écrans en molybdène et le résistor en tungstène, nous avons admis des variations du pouvoir émissif total avec la température suivant les lois:

$$\varepsilon = 0.14 \cdot 10^{-4} T - 6.4 \cdot 10^{-2} \quad \text{pour le molybdène} \quad (19)$$

$$\varepsilon = 10^{-4} T + 4 \cdot 10^{-2} \quad \text{pour le tungstène} \quad (20)$$

( $T$  en  $^\circ\text{K}$ )

##### B. Conductibilité thermique

Tous les supports et entretoises sont en molybdène. Nous avons choisi une conductibilité thermique de ce matériau variable avec la température suivant la loi [6]:

$$B = 2.47 \cdot 10^{-4} T + 1.38 \quad (\text{en watt/cm}/^\circ\text{C})$$

( $T$  en  $^\circ\text{K}$ )

#### V — Résultats

##### A. Cas du four construit au laboratoire

###### 1°) Dimensions

L'échantillon est un cylindre de molybdène de 100 mm de hauteur et de 60 mm de diamètre.

L'élément chauffant comporte 30 tiges de tungstène de diamètre 1.3 mm et de 218 mm de hauteur ( $S_{FT} = 278 \text{ mm}^2$ ) formant une cage cylindrique de 90 mm de diamètre.

Quant aux dimensions du premier écran, du dernier écran et de l'enceinte extérieure, elles sont les suivantes:

Premier écran:	hauteur 280 mm,	diamètre 145 mm
Dernier écran:	hauteur 405 mm,	diamètre 235 mm
Enceinte extérieure:	hauteur 450 mm,	diamètre 260 mm.

## 2°) Résultats

Les courbes de la figure 3 montrent les variations des températures de l'élément chauffant, de l'échantillon, et des écrans calculées en fonction de la puissance fournie au résistor, alors que la figure 4 rend compte des différences entre la température calculée et la température observée.

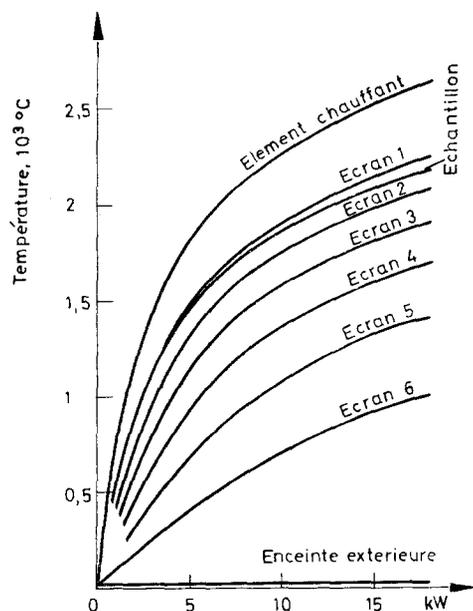


Fig. 3. Température des éléments d'un four à 6 écrans en fonction de la puissance fournie au résistor

On constate, sur cette dernière figure, que pour des puissances supérieures à 4000 watts, l'accord entre la courbe expérimentale et la courbe théorique est excellent, ce qui justifie donc les hypothèses faites. Toutefois, au bas régime du four, des différences de l'ordre de 15% apparaissent, et il est logique de les attribuer au fait que:

- d'une part les écrans ont été supposés à une température uniforme
- d'autre part la loi (formule 19) traduisant les variations du pouvoir émissif total du molybdène avec la température est moins bien vérifiée au-dessous de 1000°.

La figure 3 prouve que l'on a eu raison de choisir les deux derniers écrans en acier réfractaire puisque leur température n'excède pas 1500°, et de prendre les 4 premiers en molybdène. En outre, elle montre que pour des puissances supérieures à 5000 watts, la température du premier écran est plus élevée que celle

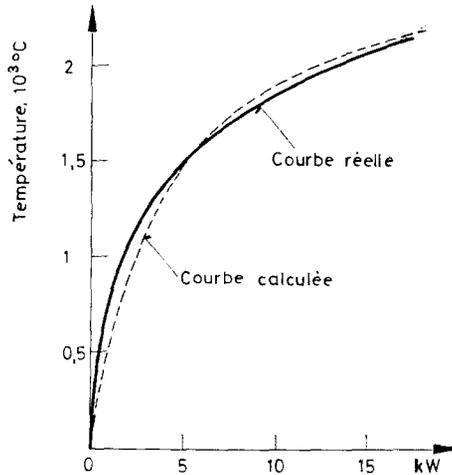


Fig. 4. Température de l'échantillon calculée et observée dans un four à 6 écrans en fonction de la puissance fournie au résistor

de l'échantillon; une interprétation simple, confirmée par les figures 5 et 6 peut être donnée de ce phénomène: d'après l'équation (17), la température de l'échantillon est d'autant plus faible que les pertes par conduction  $W_{CEEx}$ , proportionnelles à  $(T_E - T_{Ex})$  d'après (13), sont importantes pour des températures  $T_1$  et  $T_F$  données. Dans ces conditions, il peut donc arriver que pour de forts écarts  $(T_E - T_{Ex})$ , la température de l'échantillon devienne inférieure à celle du premier écran.

### B. Conception d'un nouveau four

Dans le but de poursuivre nos mesures de conductibilité thermique, nous avons voulu réaliser un autre four ayant des caractéristiques proches du précédent (même forme du résistor, même volume utile, température de 2000°). Toutefois, afin de connaître les variations de ses performances avec le nombre d'écrans, nous avons effectué les calculs des températures des éléments constitutifs d'un four pour un nombre d'écrans variant de 1 à 9.

## 1°) Dimensions

L'élément chauffant et l'échantillon seront supposés identiques à ceux du four étudié précédemment; par contre, le diamètre et la hauteur de l'écran I sont respectivement:

$$\text{diamètre } D_I = 145 + 18. (I - 1) \text{ en mm}$$

$$\text{hauteur } H_I = 280 + 25. (I - 1) \text{ en mm}$$

I numéro de l'écran,  $1 \leq I \leq N$ .

L'enceinte extérieure est considérée, du point de vue taille, comme l'écran  $N + 1$ .

## 2°) Résultats

Les figures 5 et 6 montrent les variations des températures du résistor, de l'échantillon et des écrans pour des fours à 2 ou à 9 écrans.

Les figures 7 et 8 par contre sont la synthèse des résultats obtenus théoriquement pour des fours à 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 et 9 écrans. On voit, en fonction du nombre d'écrans:

— sur la première, la puissance à fournir pour avoir une température d'échantillon de  $1900^\circ$ .

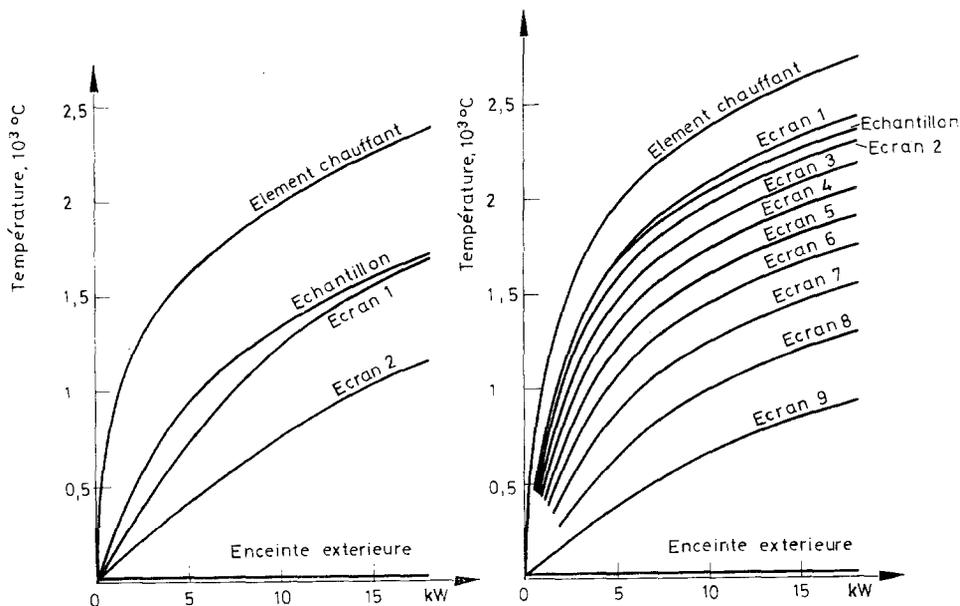


Fig. 5. Température des éléments d'un four à 2 écrans en fonction de la puissance fournie au résistor

Fig. 6. Température des éléments d'un four à 9 écrans en fonction de la puissance fournie au résistor

— sur la seconde, la température de l'échantillon obtenue pour une puissance totale dissipée de 15 000 watts.

On constate que la pente des courbes des figures 7 et 8 décroît avec le nombre d'écrans, si bien qu'il est inutile d'augmenter indéfiniment leur nombre pour obtenir de meilleures performances; par contre, s'il n'y a pas assez d'écrans, 2 ou 3 par exemple, les puissances nécessaires pour obtenir 1900° sont près de 2 fois

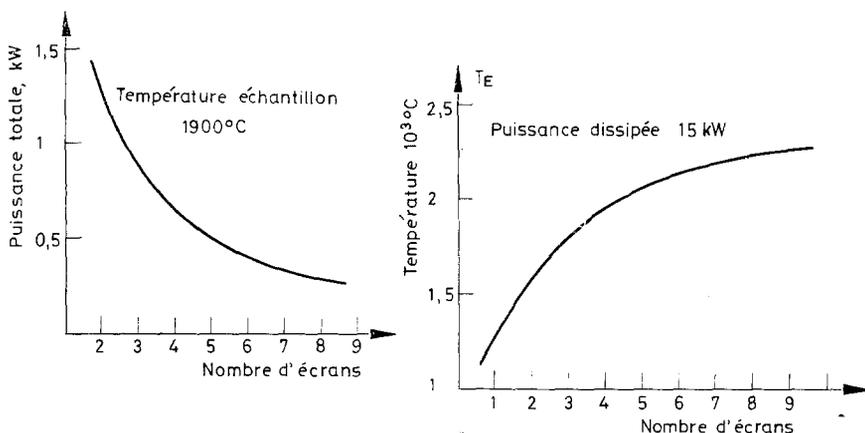


Fig. 7. Puissance à fournir au résistor pour obtenir une température d'échantillon de 1900° en fonction du nombre d'écrans

Fig. 8. Température de l'échantillon obtenue pour une puissance de 15 000 watts fournie au résistor en fonction du nombre d'écrans

supérieures à celles qu'il faudrait fournir à un four de 6 ou 7 écrans. Le compromis prix de revient-performances pour un four de ce type semble donc être le meilleur lorsque son nombre d'écrans est compris entre 5 et 7.

Pour notre part, l'alimentation que nous possédons pouvant fournir une puissance maximum de 20 000 watts, il apparaît qu'un four à 5 écrans soit la meilleure solution.

### Conclusion

Grâce à des hypothèses simplificatrices, nous avons pu calculer rapidement à l'ordinateur (3 à 4 mn de calcul) les caractéristiques principales d'un four à rayonnement à résistor en « cage d'écureuil »; mais la précision satisfaisante des résultats obtenus permet de généraliser ce calcul à tout autre four sous vide, quelle que soit la forme de son élément chauffant, pour déterminer, dans un projet de construction, le nombre et la nature des écrans, ainsi que la puissance à prévoir.

### Bibliographie

1. A. VILLAMAYOR, Thèse, Lyon 1966.
2. R. SAGLIO, 2<sup>e</sup> Sujet, Thèse, Lyon 1967.
3. L. WEIL, *Eléments des échanges thermiques*. Gauthier-Villars, Paris 1965.
4. *High Temperature Materials*. Plenum Press, New York 1964.
5. C. HERZFELD, *Temperature*. Reinhold Publishing Corporation, New York 1962.
6. C. HAMPEL, *Rare Metals Handbook*. Reinhold Publishing Corporation New York 1961.

RÉSUMÉ — Nous nous proposons d'indiquer une méthode de calcul facilement programmable permettant de déterminer les variations de température des éléments d'un four sous vide en fonction de la puissance dissipée; les hypothèses faites ont été confirmées par l'application des résultats du calcul à un four construit antérieurement au laboratoire, ce qui nous a permis de prévoir l'amélioration de ses performances.

ZUSAMMENFASSUNG — Es wurde eine leicht programmierbare Methode zur Errechnung der Temperaturänderungen der Elemente eines Vakuumofens als Funktion der verbrauchten Energie entworfen. Die Hypothese wurde bewiesen durch Anwendung der Rechnungsergebnisse an einem früher in unserem Laboratorium erbauten Ofen, wodurch wesentliche Verbesserung seiner Leistungsfähigkeit erreicht werden konnte.

Резюме — Показан легко программируемый способ расчета изменений температуры элементов вакуумной печи по отношению к потере мощности; гипотеза опробирована для случая печи, первоначально построенной в лаборатории, что помогло улучшить характеристику печи.